

# Validation expérimentale d'un modèle de diffusion pour l'acoustique des locaux couplés

Alexis Billon<sup>1</sup>, Judicaël Picaut<sup>2</sup>, Vincent Valeau<sup>3</sup>, Anas Sakout<sup>1</sup>

<sup>1</sup> LEPTAB Université de La Rochelle, 17042 La Rochelle cedex 01, France, courriel : [abillon@univ-lr.fr](mailto:abillon@univ-lr.fr)

<sup>2</sup> LCPC Nantes ARU, 44341 Bouguenais cedex, France, courriel : [Judicael.Picaut@lcpc.fr](mailto:Judicael.Picaut@lcpc.fr)

<sup>3</sup> LEA UMR CNRS 6609, 86022 Poitiers cedex, France, courriel : [vincent.valeau@univ-poitiers.fr](mailto:vincent.valeau@univ-poitiers.fr)

## Résumé

La modélisation du champ sonore au sein de locaux couplés acoustiquement au moyen d'ouvertures a déjà fait l'objet de nombreuses études. Néanmoins, des modèles à la fois rapides et précis restent encore à développer, particulièrement dans le cas où trois ou quatre salles sont associées. Récemment, un modèle basé sur une équation de diffusion a été appliqué avec succès pour la prévision du champ sonore réverbéré au sein d'un ensemble de deux locaux couplés. Dans cette étude, l'équation de diffusion est résolue numériquement en trois dimensions à l'aide d'une méthode par éléments finis. Cette résolution permet ainsi d'obtenir le niveau et la décroissance sonore en tout point du domaine considéré, au prix d'un faible temps de calcul (quelques minutes). Dans cette étude, les résultats obtenus sont validés, à la fois en termes de niveau du champ sonore et temps de réverbération, à l'aide d'une campagne expérimentale menée dans deux salles de cours couplées entre elles. De plus, une comparaison est réalisée avec des résultats issus de la théorie statistique classique et d'un logiciel commercial de tir de rayons largement répandu. Les résultats obtenus montrent un bon accord entre le modèle de diffusion et les expériences. En revanche, la théorie statistique ne permet pas de rendre compte précisément de la distribution spatiale et de la décroissance de l'énergie sonore. Enfin, le gain de temps par rapport au logiciel de tir de rayons est très important.

## Introduction

L'acoustique des systèmes couplés composés de deux (ou plus) espaces connectés à l'aide d'ouvertures transparentes acoustiquement a fait l'objet de nombreuses études. En effet, cette configuration peut être rencontrée dans de nombreuses constructions telles que des salles de spectacles, des immeubles de bureaux ou des locaux industriels. Depuis les travaux pionniers de Davis [1], de nombreux modèles ont été proposés. Dans cet article, un modèle basé sur la résolution numérique d'une équation de diffusion est présenté. Ces résultats sont comparés à ceux de la théorie statistique et d'un logiciel commercial de tir de rayons, dans le cas de salles d'enseignement couplées entre elles.

## Présentation des modèles

### Théorie statistique

La densité d'énergie acoustique au sein de salles couplées peut être évaluée par la théorie statistique basée sur les hypothèses de champ diffus [2-4]. La densité d'énergie du champ sonore réverbéré est homogène au sein de chacune des pièces et est dénotée  $E_S$  et  $E_C$  pour la pièce contenant la

source (appelée pièce source dans la suite) et la pièce couplée respectivement (Figure 1). La transition à l'ouverture ou aire de couplage est de type seuil. Le bilan d'énergie en régime stationnaire permet d'obtenir [2-4] :

$$E_S = \frac{4}{c} \frac{P}{A_S A_C - S_c^2}, \quad (1)$$

$$E_C = k_C E_S. \quad (2)$$

où  $S_c$  est la surface de l'aire de couplage,  $A_S$  et  $A_C$  les aires d'absorption des pièces source et couplée respectivement.  $k_C$  ( $0 \leq k_C \leq 1$ ) est le facteur de couplage de la pièce couplée :

$$\frac{E_C}{E_S} = \frac{S_c}{A_C} = k_C. \quad (3)$$

Le bilan d'énergie en régime variable permet d'obtenir les décroissances temporelles de chacune des pièces en fonction des paramètres de couplage [2-4] :

$$E_S(t) = E_{S1} e^{-2\delta_I t} + E_{C2} \frac{k_S}{1 - \delta_{II} / \delta_S} e^{-2\delta_{II} t}, \quad (4)$$

$$E_C(t) = E_{S1} \frac{k_S}{1 - \delta_I / \delta_C} e^{-2\delta_I t} + E_{C2} e^{-2\delta_{II} t}. \quad (5)$$

$$\text{où } \delta_{I,II} = \frac{1}{2}(\delta_S + \delta_C) \pm \sqrt{\frac{1}{4}(\delta_S - \delta_C)^2 - (1 - \kappa)^2 \delta_S \delta_C}$$

sont les valeurs propres du système couplé et  $k_S$  le facteur de couplage de la pièce source.  $\delta_{C,R}$  sont les constantes d'amortissement des pièces non couplées.  $\kappa$  est le coefficient de couplage moyen :

$$\kappa = \sqrt{S_c^2 / (A_C A_S)}, \quad (6)$$

$E_{S1}$  et  $E_{C2}$  sont les énergies initiales des différentes décroissances temporelles :

$$E_{S1} = \frac{E_S - E_C k_S / (1 - \delta_{II} / \delta_S)}{1 - \kappa^2 / (1 - \delta_I / \delta_S)(1 - \delta_{II} / \delta_S)}, \quad (7)$$

$$E_{C2} = \frac{E_C - E_S k_C / (1 - \delta_I / \delta_S)}{1 - \kappa^2 / (1 - \delta_I / \delta_S)(1 - \delta_{II} / \delta_S)}. \quad (8)$$

### Modèle de diffusion

La distribution de la densité d'énergie du champ réverbéré est la solution d'une équation de diffusion [5]. Ce résultat est basé sur une analogie avec la dispersion de particules dans

un milieu contenant des objets diffusants [6]. Ce modèle a été généralisé pour une enceinte de forme quelconque et sa solution calculée à l'aide de la méthode des éléments finis [7]. Pour obtenir l'évolution de la densité d'énergie dans la configuration de salles couplées, le domaine de calcul est décomposé en trois sous-espaces :  $\mathcal{D}_1$  la pièce source,  $\mathcal{D}_2$  le volume source et  $\mathcal{D}_3$  la pièce couplée. Le système d'équations, fonction du temps  $t$  et de l'espace  $\mathbf{r}$ , est alors obtenu [8] :

$$\frac{\partial w(\mathbf{r}, t)}{\partial t} - \frac{\lambda_s c}{3} \Delta w(\mathbf{r}, t) = 0 \text{ dans } \mathcal{D}_1, \quad (9)$$

$$\frac{\partial w(\mathbf{r}, t)}{\partial t} - \frac{\lambda_s c}{3} \Delta w(\mathbf{r}, t) = 0 \text{ dans } \mathcal{D}_2, \quad (10)$$

$$\frac{\partial w(\mathbf{r}, t)}{\partial t} - \frac{\lambda_c c}{3} \Delta w(\mathbf{r}, t) = 0 \text{ dans } \mathcal{D}_3, \quad (11)$$

où  $\lambda_s c/3$  et  $\lambda_c c/3$  sont le coefficient de diffusion prenant en compte la morphologie des pièces source et couplée au travers du libre parcours moyen  $\lambda = 4V/S$ .  $\Delta$  l'opérateur de Laplace,  $c$  la célérité du son. Les conditions aux limites sont introduites sous la forme :

$$D \frac{\partial w(\mathbf{r}, t)}{\partial \mathbf{n}} + h w(\mathbf{r}, t) = 0 \text{ sur } S_i, \quad (12)$$

où  $h = \alpha c/4$  est un coefficient d'échange prenant en compte l'absorption local  $\alpha$ ,  $\mathbf{n}$  étant la normale associée. Les conditions initiales suivantes sont introduites :

$$w(\mathbf{r}, 0) = 0 \text{ dans } \mathcal{D}_1 \text{ et } \mathcal{D}_3, \quad (13)$$

$$w(\mathbf{r}, 0) = w_0 \text{ dans } \mathcal{D}_2, \quad (14)$$

exprimant la présence d'une source contenant au temps initial une densité d'énergie  $w_0$  dans le volume source  $\mathcal{D}_2$ . Le problème est résolu à l'aide d'une méthode d'éléments finis permettant d'obtenir l'atténuation sonore en régime stationnaire (évolution spatiale du niveau sonore) et la décroissance énergétique en régime variable, et ce, en tous points du domaine de calcul.

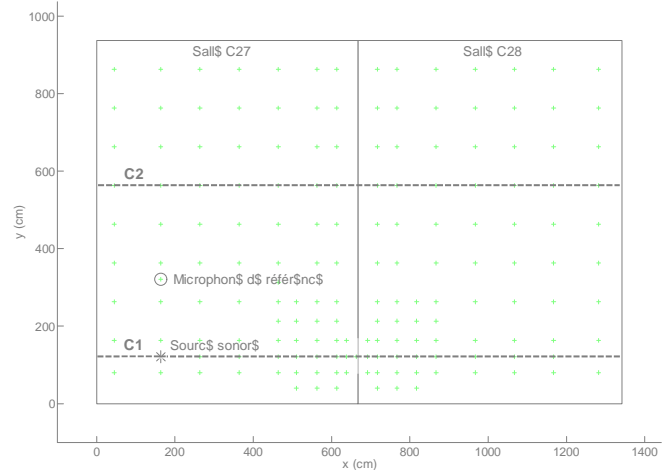
## Tir de rayons

Le logiciel commercial CATT-Acoustic V8.0c [9] a été utilisé pour cette étude. Ce logiciel permet de modéliser les réflexions diffuses suivant la loi de Lambert. Dans la configuration des locaux couplés, ce logiciel a également la possibilité d'évaluer la partie tardive de la réponse impulsionnelle à l'aide de la méthode du tir de rayons pour améliorer les prévisions [10].

## Présentation des expériences

Les mesures se sont déroulées dans des salles d'enseignement de l'université de La Rochelle. Les deux salles ont des dimensions presque identiques (Figure 1) :  $9,37 \times 6,67 \times 3,03 \text{ m}^3$  pour la salle source et  $9,37 \times 6,75 \times 3,03 \text{ m}^3$  pour la salle couplée. La dimension de l'aire de couplage est

de  $0,83 \times 2,06 \text{ m}^2$ . Les parois en  $y=0$  sont constituées d'une baie vitrée, tandis que les autres parois sont réalisées en plaques de plâtre, excepté le mur en  $x=0$ , en béton vibré. Le sol est recouvert de linoléum et le plafond de plaque de fibres montées sur un plénum d'environ 20 cm. Les niveaux sonores et les temps de réverbération TR20 (décroissance entre -5 et -25 dB ramenée à 60 dB) ont été relevés en 165 points avec une source placée à une hauteur de 1,54 m en  $x=1,64 \text{ m}$  et  $y=1,21 \text{ m}$



**Figure 1 :** Schéma de l'installation expérimentale ; emplacements des microphones (+) et de la source (o).

Le système de mesure comprend une source omnidirectionnelle B&K 4296 connectée à un amplificateur B&K 2716, deux microphones 1/4" B&K 4135 (un servant à la mesure et l'autre utilisé comme référence) reliés à un conditionneur Nexus 2690 et un préamplificateur B&K 2619. L'ensemble est raccordé à un ordinateur personnel *via* une carte son de haute qualité. Les réponses impulsionnelles sont réalisées avec le logiciel d'analyse acoustique DSSF3 en utilisant un signal TSP (Time-Stretched Pulse). La fréquence d'acquisition est de 48 kHz, avec une durée de 2,731 s. Pour améliorer le rapport signal sur bruit, cinq réponses ont été moyennées en chaque position.

Dans un premier temps, les coefficients d'absorption moyens par bande d'octave ont été déterminés pour chacune des salles (Tableau 1). Pour cela, les temps de réverbération RT20 ont été mesurés dans chacune des pièces non couplées puis les coefficients évalués avec la formule de Sabine.

$f$ (Hz)	125	250	500	1000	2000	4000
Pièce source	0,19	0,18	0,17	0,13	0,13	0,15
Pièce couplée	0,16	0,16	0,18	0,20	0,17	0,16

**Tableau 1 :** Coefficients d'absorption moyens par bande d'octave.

## Résultats

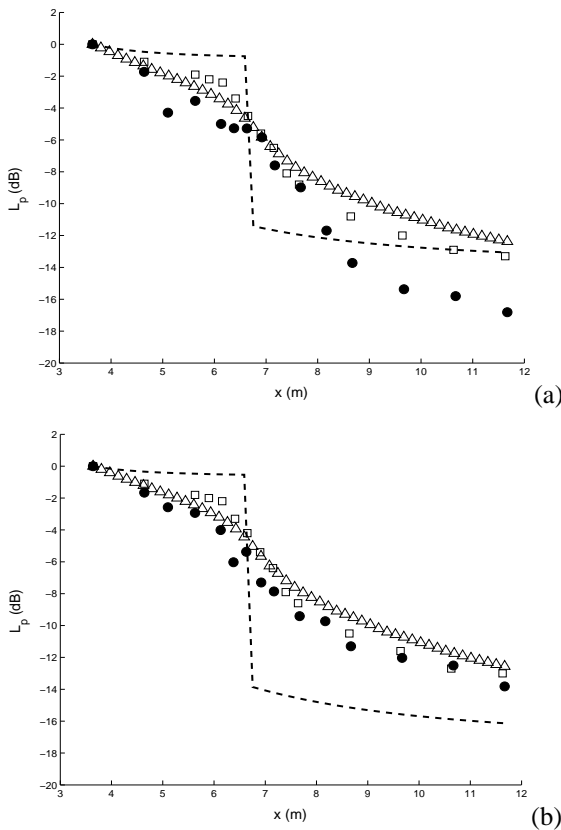
### Paramètres numériques

Pour le modèle de diffusion, le domaine de calcul a été maillé avec 5400 éléments de type Lagrange linéaires et la réponse impulsionnelle calculée sur un intervalle de 1,2 s avec un pas de 0,02 s. Le temps de calcul est de quelques

secondes en régime stationnaire (calcul des niveaux sonores) et de 8 minutes en réponse impulsionnelle par bande d'octave. Pour les simulations avec le logiciel de tir de rayons,  $20 \times 10^6$  rayons ont été émis pour obtenir une cartographie du niveau de pression acoustique et  $200 \times 10^3$  par récepteur pour obtenir le temps de réverbération. Le temps de calcul est de 6h en régime stationnaire et de 30 minutes par récepteur en régime variable. On peut ici remarquer l'intérêt du modèle de diffusion.

### Atténuation sonore à travers l'aire de couplage

L'évolution du niveau de pression acoustique (ou atténuation) est étudiée le long de la coupe C1 (voir Figure 1) à une hauteur de 1,21 m. Ce niveau sonore  $L_p$  est normalisé par le niveau maximal et les résultats (Figure 2) sont présentés pour deux bandes d'octaves : 250 Hz et 1000 Hz.

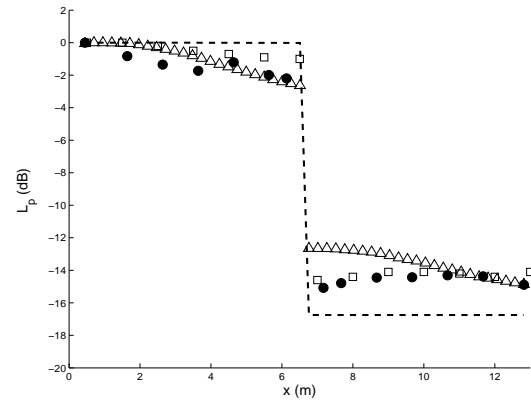


**Figure 2 :** Atténuation sonore selon la coupe C1 pour les bandes d'octave 150 Hz (a) et 1000 Hz (b) ; (●) expériences, (Δ) modèle de diffusion, (□) tir de rayons, (- -) théorie statistique.

Comme énoncé précédemment, la théorie statistique ne prévoit pas la transition graduelle au niveau de l'aire de couplage. En revanche, celle-ci est bien évaluée par le modèle de diffusion et le logiciel de tir de rayons. A 250 Hz, tous les modèles sous-estiment l'atténuation sonore au sein de la pièce couplée. Ce phénomène est peut être dû à un effet de diffraction aux bords de l'ouverture [11]. Au-dessus de cette fréquence, le modèle de diffusion et le logiciel de tir de rayons sont en très bon accord avec les données expérimentales. Pour toutes les bandes d'octave, la théorie statistique sous-estime le niveau sonore dans la pièce couplée.

### Atténuation sonore selon la coupe C2

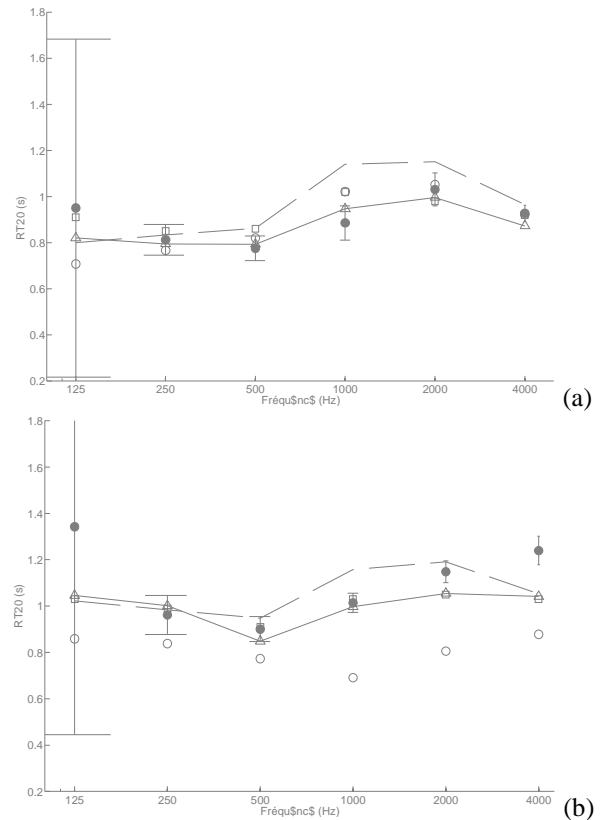
Le niveau sonore (SPL) normalisé le long de C2 à une hauteur de 1,21 m est présenté en Figure 3 pour la bande d'octave 1000 Hz. Cette figure est typique des résultats obtenus : pour toutes les bandes d'octaves, tous les modèles sont en bon accord avec les résultats expérimentaux.



**Figure 3 :** Atténuation sonore selon la coupe C2 à 1000 Hz ; (●) expériences, (Δ) modèle de diffusion, (□) tir de rayons, (- -) théorie statistique.

### Temps de réverbération

Les temps de réverbération moyens dans les pièces source (a) et couplée (b) sont présentés par bande d'octave (Figure 4).



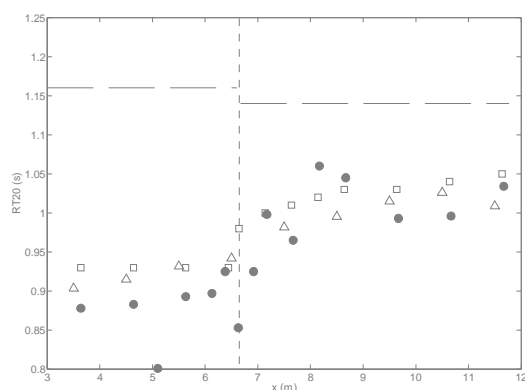
**Figure 4 :** Temps de réverbération (RT20) dans les pièces source (a) et couplée (b) par bande d'octave ; (●) expériences, (Δ) modèle de diffusion, (□) tir de rayons, (- -) théorie statistique.

La fréquence de Schroeder de la pièce est juste au-dessus de 125 Hz expliquant la forte dispersion des résultats expéri-

mentaux à cette bande d'octave. Tous les modèles sont en bon accord avec les expériences. Les écarts moyens sont de 6% et 11% pour le modèle de diffusion, 7% et 10% pour le logiciel de tir de rayons et 13% et 14% pour la théorie statistique. Cette figure montre que le temps de réverbération de la pièce source est peu affecté par le couplage. En revanche, le temps de réverbération dans la pièce couplée augmente : une partie de l'énergie de la pièce source est transférée *via* l'aire de couplage à la pièce couplée pendant la décroissance sonore, accroissant son temps de réverbération.

## Evolution du RT20 à travers l'aire de couplage

La variation du temps de réverbération (RT20) au travers de l'aire de couplage est présentée pour la bande d'octave 1000 Hz en Figure 5.



**Figure 5 :** Evolution du temps de réverbération (RT20) au travers de l'aire de couplage à 1000 Hz ; (●) expériences, (Δ) modèle de diffusion, (□) tir de rayons, (- -) théorie statistique.

Les résultats sont similaires pour les autres bandes d'octave. L'accroissement graduel du temps de réverbération (RT20), lors du passage de la pièce source à la pièce couplée, est bien observée à la fois par le modèle de diffusion et le logiciel de tir de rayons. Les résultats obtenus par le modèle de diffusion sont en très bon accord avec un écart maximal par rapport aux résultats expérimentaux de 0.08 s (7.5%) en  $x=8,20$  m.

## Conclusion

Dans cette étude, un modèle d'acoustique des salles basé sur la résolution numérique d'une équation de diffusion a été appliqué à la configuration de deux pièces couplées par une ouverture acoustiquement transparente. Par rapport à la théorie statistique qui ne prévoit qu'une seule valeur de temps de réverbération et de niveau sonore par pièce, le modèle de diffusion permet d'évaluer la variation de ces deux grandeurs au sein d'une même pièce. Ainsi, ce modèle est capable de prendre en compte la position de la source. Des expériences ont été réalisées dans deux salles d'enseignement permettant d'obtenir une description spatiale fine des variations du niveau sonore et de la décroissance sonore. La théorie statistique décrit le problème de façon grossière mais les résultats qu'elle permet d'obtenir sont en bon accord avec les tendances observées expérimentalement. A l'opposé, les modèles de diffusion et de tir de rayons sont capables de prévoir les détails de l'acoustique des locaux

couplés. Les résultats obtenus sont en bon accord avec les résultats expérimentaux, y compris les phénomènes de transition se produisant au voisinage de l'aire de couplage. Néanmoins, pour le modèle de tir de rayons, les temps de calcul nécessaires pour obtenir des résultats physiquement acceptables sont très supérieurs aux temps de calcul nécessaires au modèle de diffusion pour une précision comparable, montrant tout l'intérêt de cette approche. De plus, cette approche peut être facilement étendue à un nombre quelconque de locaux permettant ainsi la prévision de l'acoustique d'un groupe de bureaux par exemple.

## Références

- [1] A.H. Davis, Reverberation equations for two adjacent rooms connected by an incompletely sound-proof partition. *Philosophical Magazine* 50 (1925), 75-80.
- [2] L. Cremer et H. Müller, Principles and applications of rooms acoustics, volume 1. Applied Science Publishers, London, 1978.
- [3] H. Kuttruff, Room acoustics, 4<sup>th</sup> edition. Spon Press, London, 1999.
- [4] J.E. Summers, Technical note: remark on the formal identity of two statistical-acoustics models of coupled rooms. *Building Acoustics* 12 (2005), 41-50.
- [5] J. Picaut, L. Simon et J.-D. Polack, A mathematical model of diffuse sound field based on a diffusion equation. *Acustica* 83 (1997), 614-621.
- [6] P. Morse et H. Feshbach, Methods of theoretical physics. Mc Graw-Hill, New-York, 1953.
- [7] V. Valeau, J. Picaut et M. Hodgson, On the use of a diffusion equation for room acoustic predictions. *Journal of the Acoustical Society of America* 119 (2006), 1504-1513.
- [8] A. Billon, V. Valeau, A. Sakout et J. Picaut, Experimental validation of a diffusion model for acoustically coupled rooms. Soumis à *Journal of the Acoustical Society of America*.
- [9] B.-I.L. Dalenbäck, Room acoustics predictions based on a unified treatment of diffuse and specular reflections. *Journal of the Acoustical Society of America* 100 (1996), 899-909.
- [10] J.E. Summers, R.R. Torres, Y. Shimizu et B.-I.L. Dalenbäck, Adapting a randomized beam-axis-tracing algorithm to modeling of coupled rooms via late-part ray tracing. *Journal of the Acoustical Society of America* 118 (2005) 1491-1502.
- [11] J.E. Summers, R.R. Torres et Y. Shimizu, Estimating mid-frequency effects of aperture diffraction on reverberant-energy decay in coupled-room auditoria. *Building Acoustics* 11 (2004) 271-291.